

### Zadanie

Dla następujących formuł zdaniowych:

a)  $(p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)]$

b)  $(p \rightarrow q) \equiv [p \wedge \sim q]$

- 1) Sprawdzić metodą zerojedynkową czy są one tautologiami.
- 2) Jeśli wybrane formuły nie są tautologiami, wówczas dobrać z mowy codziennej takie konkretne zdania prawdziwe lub fałszywe, że po ich podstawieniu za zmienne zdaniowe  $p$  lub  $q$  całość powstałego w ten sposób konkretnego zdania złożonego:
  - a) przy jednym doborze podstawień za  $p$  lub  $q$  będzie prawdziwa,
  - b) a przy drugim doborze podstawień za  $p$  lub  $q$  będzie fałszywa.

### Rozwiązanie

Formuła a)

$$(p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)]$$

Sprawdzamy formułą metodą zerojedynkową (tabelkową).

$p$	$q$	$p \equiv q$	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$q \rightarrow \sim p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)$	$(p \equiv q) \equiv [(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \sim p)]$
0	0	1	1	1	1	1	<b>1</b>
0	1	0	1	1	1	0	<b>1</b>
1	0	0	0	0	1	0	<b>1</b>
1	1	1	1	0	0	0	<b>0</b>

Formuła nie jest tautologią ani kontrtautologią.

Przykładowe podstawienie weryfikujące:  $p = 0, q = 1$

Niech  $p$  oznacza zdanie „pies jest rybą”, zaś  $q$  – zdanie „kot jest ssakiem”. Wówczas analizowana formuła odpowiada zdaniu:

Wirtualna kancelaria korepetytorska i konsultacyjna. Usługi edukacyjne przez Internet.  
Rozwiązywanie zadań, pisanie prac.

<http://www.wszechwiedza.pl>

tel. 0 – 44 738 00 00

tel. kom. 799 079 789

e-mail: [biuro@wszechwiedza.pl](mailto:biuro@wszechwiedza.pl)

*To, że pies jest rybą wtedy i tylko wtedy, gdy kot jest ssakiem jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy prawdą jest jednocześnie to, że jeżeli pies jest rybą, to kot jest ssakiem oraz to, że jeżeli kot jest ssakiem, to pies nie jest rybą.*

Jest to zdanie prawdziwe, albowiem nie jest prawdą, że pies jest rybą wtedy i tylko wtedy, gdy kot jest ssakiem, bo kot jest ssakiem a pies z tego powodu nie oddycha przecież skrzelami, natomiast prawa część równoważności jest prawdziwa, gdyż prawdziwe są obie implikacje: pierwsza na zasadzie „z fałszu wynika wszystko” (pies jak wiadomo nie jest rybą), druga natomiast ma prawdziwe oba zdania składowe (bo i kot jest ssakiem i pies rybą nie jest).

Podstawienie falsyfikujące (jedyne możliwe):  $p = 1, q = 1$ :

Niech  $p$  oznacza zdanie „kot jest ssakiem”, zaś  $q$  – zdanie „pies szczeka”. Wówczas analizowana formuła odpowiada zdaniu:

*To, że kot jest ssakiem wtedy i tylko wtedy, gdy pies szczeka jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy prawdą jest jednocześnie to, że jeżeli kot jest ssakiem to pies szczeka oraz to, że jeżeli pies szczeka, to kot nie jest ssakiem.*

Jest to zdanie fałszywe – prawdą jest lewa równoważność – kot istotnie jest ssakiem a pies szczeka, nie jest jednak prawdziwa druga implikacja koniunkcji: pies bowiem szczeka a mimo to kot jednak jest ssakiem. Dlatego cała równoważność jest fałszywa.

Formuła b)

$$(p \rightarrow q) \equiv [p \wedge \sim q]$$

Sprawdzamy formułę metodą zerojedynekową (tabelkową).

$p$	$q$	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \rightarrow q) \equiv [p \wedge \sim q]$
0	0	1	1	0	<b>0</b>
0	1	1	0	0	<b>0</b>
1	0	0	1	1	<b>0</b>
1	1	1	0	0	<b>0</b>

Formuła jest kontrtautologią.

Wirtualna kancelaria korepetytorska i konsultacyjna. Usługi edukacyjne przez Internet.  
Rozwiązywanie zadań, pisanie prac.

<http://www.wszechwiedza.pl>

tel. 0 – 44 738 00 00

tel. kom. 799 079 789

e-mail: [biuro@wszechwiedza.pl](mailto:biuro@wszechwiedza.pl)

Podstawienie weryfikujące nie jest możliwe.

Przykładowe podstawienie falsyfikujące:  $p = 0$ ,  $q = 1$ :

Niech  $p$  oznacza zdanie „Japonia jest republiką”, zaś  $q$  – zdanie „Holandia jest monarchią”.

Wówczas analizowana formuła odpowiada zdaniu:

*To, że jeżeli Japonia jest republiką to Holandia jest monarchią jest prawdą wtedy i tylko wtedy, gdy prawdą jest jednocześnie to, że Japonia jest republiką a Holandia nie jest monarchią.*

Zdanie jest fałszywe, albowiem pierwsza implikacja jest prawdziwa – z fałszu (Japonia w istocie jest monarchią – ostatnim na świecie cesarstwem) wynika bowiem wszystko, zaś koniunkcja po prawej stronie równoważności jest fałszywa – albowiem Japonia nie jest republiką a Holandia jest monarchią.